

Exercice 1. *ENS Cachan MP 2002*

On définit pour deux mots u et v la relation R par : $u R v$ si et seulement s'il existe des mots x, y, z tels que $u = xyz$ et $v = x\tilde{y}z$ où \tilde{y} désigne le miroir de y .

- 1) Donner un algorithme qui décide si $u R v$.
- 2) Montrer que pour toute lettre a on a $(u R v) \iff (au R av)$. En déduire un meilleur algorithme pour décider si $u R v$.
- 3) Soit un mot u . On l'écrit en boucle. Tout mot obtenu en cassant cette boucle est dit égal à u modulo une rotation. Trouver un algorithme quadratique utilisant le précédent, qui décide étant donnés deux mots u et v , s'il existe des mots u' et v' égaux respectivement à u et v modulo une rotation, et tels que $u' R v'$.

Solutions

Exercice 1.

- 1) Essayer toutes les possibilités pour y . Algorithme en $|u|^3$.
- 2) On montre $(u R v) \iff (au R av) \iff (ua R va)$ par disjonction de cas. Algorithme : retirer les lettres identiques au début de u et v et à la fin de u et v . Tester si $\tilde{u}' = v'$ où u' et v' sont les mots restants. Complexité : $O(|u|)$.
- 3) Soit R' la nouvelle relation. On a $(u R' v) \iff$ il existe v' déduit de v par rotation tel que $(u R v')$ ou $(\tilde{u} R v')$.