

Mathématiques et Sanskrit

Gérard Huet

Inria Paris

Séminaire d'histoire des mathématiques

Institut Henri Poincaré

16 octobre 2015

Les mathématiques se sont développées dans l'Inde ancienne pour résoudre des problèmes se posant dans plusieurs domaines:

- combinatoire pour l'étude des mètres poétiques
- résolution d'équations algébriques pour la construction d'autels suivant des prescriptions géométriques
- trigonométrie pour les calculs astronomiques

La mathématique indienne était essentiellement une *science du calcul* (*gaṇita śāstra*), mais elle n'était pas considérée comme fondement du discours rationnel. En fait, c'est le sanskrit qui a tenu ce rôle.

Le sanskrit n'est pas strictement une langue naturelle, comme l'ont été en leur temps le grec et le latin classiques. La langue vernaculaire de l'Inde du Nord ancienne (*bhāṣā*) recouvrait un certain nombre de dialectes moyen-indiens ou prakrits. Etymologiquement, *prakṛtabhāṣā* signifie "langue naturelle". Ces prakrits ont évolué à partir de la langue védique ancienne et sont progressivement devenus les langues modernes de l'Inde du Nord (*hindustanī*, hindi, etc.). Le sanskrit est lui une langue artificielle, obtenue par raffinement de la langue vernaculaire par un impératif grammatical: l'adéquation à la grammaire de Pāṇini.

La grammaire de Pāṇini est de haute époque (4ème siècle avant J.C.). Il ne s'agit pas tant d'une grammaire descriptive d'un état de langue que d'une grammaire prescriptive qui connaît à la fois les formes du corpus de littérature védique et qui définit une langue formalisée selon une grammaire générative complète. Cette grammaire étant quasiment parfaite, après quelques ajustement mineurs par Kātyāyana et Patañjali, le sanskrit dit classique se développa strictement dans les limites de la grammaire. Cette langue formalisée, dont les constructions étaient fixées non seulement dans leur combinatoire mais aussi dans leur sens, devint *ipso facto* le véhicule obligatoire de toute la culture, aussi bien *śāstra* (la science) que *dharma* (la loi) que *abhidharma* (la métaphysique) que *āyurveda* (la médecine) que *kāvya* (la poésie) que *nāṭya* (l'art dramatique) que *śabda* (la linguistique).

La grammaire de Pāṇini elle-même est un objet mathématique révolutionnaire pour l'époque: un système formel définissant des opérateurs sur une structure de *signes sanskrits*. En effet, la grammaire est générative non seulement de la forme des phrases grammaticalement correctes, mais également de leur sens.

Quelques aspects remarquables de ce système formel sont:

- la définition d'un espace structuré de phonèmes (*varṇamāla*) (plus une structure d'accentuation des syllabes)
- une structure de données originale d'énoncés condensés (*pratyāhāra*) pour représenter les ensembles de phonèmes pertinents aux calculs morphologiques et permettant le partage - cet encodage a été récemment prouvé optimal par Wiebke Petersen
- une notation non ambiguë de quadruplets (x, u, v, w) encodant des règles de réécriture $[x]u|v \rightarrow w$ sur les suites de phonèmes analogues aux systèmes de Post sur les mots, et permettant en particulier la définition de morphismes rationnels morpho-phonétiques comme la liaison (*sandhi*) ou les règles harmoniques
- une structure de contrôle sophistiquée pour exprimer les choix non-déterministes entre les règles par des méta-règles de priorité (*siddha*)
- associée à une structure arborescente avec partage décrivant le contexte d'application des règles (*anuvṛtti*)
- une description d'une grammaire de dépendances exprimant la satisfaction de contraintes de gouvernance (*ākāṅkṣā*), équipant le langage avec une sémantique d'acteurs assumant des rôles dans des situations, similaire aux grammaires catégorielles de Lambek et à la "situation semantics" de Barwise et Perry.

Sur cet outil unique a été bâtie une tradition d'argumentation rationnelle inégalée. Les progrès en linguistique et philosophie du langage ont profité d'un certain nombre de traditions:

- le *vyākaraṇavedāṅga* d'abord bien sûr (grammaire) avec, après Patañjali, Bhartṛhari, la glose de Bénarès (*Kāśikā*), les manuels d'instruction *prakriyā* comme la *Kaumudī*, les lexiques, thésaurus et ontologies, etc.
- la *mīmāṃsā*, étude du rituel, à l'origine des préoccupations linguistiques pour respecter les injonctions en tant que schémas contextuels et donc de la notion de gouvernance, mais aussi de la notion de but communicatif et donc des notions pragmatiques d'économie de la langue, engendrant toute une littérature sur la rhétorique et les canons esthétiques de la poésie
- le *vaiśeṣika* et le *nyāya*, qui ont développé la notion de sens logique dénotatif, une structure de raisonnement argumentatif (*tarka*), et finalement un calcul sophistiqué de concepts relationnels à base de mots composés gigognes, le *navyanāya*.

- la logique de la religion agnostique jaïne, qui a développé une tradition de logique modale permettant d'abstraire les postulats métaphysiques

Bref, au total, un appareil intellectuel cohérent pour établir et justifier un discours rationnel convaincant.

De fait, le sanskrit a d'une certaine manière pris le rôle que les mathématiques et la logique ont joué dans le développement en Occident du discours intellectuel, y compris scientifique. Ceci a été expliqué notamment par Frits Staal dans une série d'articles tels que "Euclid and Panini".

Michel Angot a écrit: "Un traité de médecine est d'abord un ouvrage sanskrit sur la médecine avant que d'être un traité de médecine en sanskrit: la conséquence contemporaine, c'est que traduire et comprendre un texte sanskrit en ignorant les conceptions des *vaiyākaraṇas* demeure impossible". En le paraphrasant: "Un traité de mathématiques est d'abord un ouvrage sanskrit sur la mathématique avant que d'être un traité de mathématiques en sanskrit". Ceci donne un défi de taille aux traducteurs occidentaux des ouvrages mathématiques en sanskrit. Non seulement on ne doit rien perdre en précision mathématique dans la traduction dans une langue naturelle par nature ambiguë, mais il convient encore de tenter de préserver un style de présentation élégant, convaincant, et singulièrement concis.